*****15(i).** $x^3+px^2+qx+r=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে, $\sum\alpha^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ এর মান নির্ণয় কর।

(ii). $x^3+ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে, $\sum\alpha^3$ এর মান নির্ণয় কর।

(iii). $x^3+px+r=0$ সমীকরণের মূলত্রয় a,b,c হলে, $\sum(\mathrm{b-c})^2$ এর মান নির্ণয় কর।

(iv). $3x^3-2x^2+1=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে, $\sum\alpha^2\beta$ এর মান নির্ণয় কর।

(v). $f(x)=x^3+2x^2+x+3=0$ বহুপদীর সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে $\sum\alpha^3$ এর মান নির্ণয় কর। **(C-19)**

(vi). $P(x)=mx^3+qx+r=0$ সমীকরণের মূলগুলি α,β,γ হলে $\sum\alpha^3$ নির্ণয় কর। **(Dj-19)**

(i).সমাধানঃ মনে করি, $x^3+px^2+qx+r=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে,

$\therefore\alpha+\beta+\gamma=-p$

$\therefore\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=q$

এবং $\alpha\beta\gamma=-r$

এখন,

$(\alpha+\beta+\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$

$\therefore\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$

$\therefore\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(-p)^2-2q$

$\therefore\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=p^2-2q$

(ii). সমাধানঃ মনে করি, $x^3+ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে,

$\therefore\alpha+\beta+\gamma=-a,\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=b,\alpha\beta\gamma=-c$

এখন, $\sum\alpha^3=(\alpha^3+\beta^3+\gamma^3)$

$=(\alpha^3+\beta^3+\gamma^3-3\alpha\beta\gamma)+3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)+3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)\{(\alpha+\beta+\gamma)^2-2\alpha\beta$
$-2\beta\gamma-2\gamma\alpha-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)\}+3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)\{(\alpha+\beta+\gamma)^2$
$-3\alpha\beta-3\beta\gamma-3\gamma\alpha\}+3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)\{(\alpha+\beta+\gamma)^2-3(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)\}+3\alpha\beta\gamma$

$=-a\{(-a)^2-3b\}+3(-c)$

$=-a(a^2-3b)-3c$

$=-a^3+3ab-3c$

$=3ab-a^3-3c$

(iii). সমাধানঃ মনে করি, $x^3+px+r=0$ **সমীকরণের মূলত্রয়** a,b,c **হলে,**

$\therefore a+b+c=0,ab+bc+ca=p,abc=-r$

এখন, $(\mathrm{b-c})^2+(\mathrm{c-a})^2+(\mathrm{a-b})^2$

$=\mathrm{b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2+a^2-2ab+b^2}$

$=\mathrm{2a^2+2b^2+2c^2-2bc-2ca-2ab}$

$=\mathrm{2(a^2+b^2+c^2)-2(bc+ca+ab)}$

$=\mathrm{2\{(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)\}-2(bc+ca+ab)}$

$=2\{0^2-2p\}-2\mathrm{p}$

$=2(0-2p)-2\mathrm{p}$

$=2(-2p)-2\mathrm{p}$

$=-4p-2p$

$=-6p$

(iv).সমাধানঃ মনে করি, $3x^3-2x^2+1=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে,

$\therefore\alpha+\beta+\gamma=-(-\frac{2}{3})=\frac{2}{3}$

$\therefore\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=0$

এবং $\alpha\beta\gamma=-\frac{1}{3}$

এখন,

$\sum\alpha^2\beta=\alpha^2\beta+\beta^2\alpha+\beta^2\gamma+\gamma^2\beta+\gamma^2\alpha+\alpha^2\gamma$

$=(\alpha^2\beta+\beta^2\alpha+\alpha\beta\gamma)+(\beta^2\gamma+\gamma^2\beta+\alpha\beta\gamma)$
$+(\gamma^2\alpha+\alpha^2\gamma+\alpha\beta\gamma)-3\alpha\beta\gamma$

$=\alpha\beta(\alpha+\beta+\gamma)+\beta\gamma(\beta+\gamma+\alpha)$
$+\gamma\alpha(\gamma+\alpha+\beta)-3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-3\alpha\beta\gamma$

$=\frac{2}{3}\times0-3.(-\frac{1}{3})$

$=0+1$

$=1$

****16(i).** $x^3-px^2+qx-r=0$ সমীকরণের মূলত্রয় a,b,c হলে, $\sum\frac{1}{a^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

(ii). $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় a,b,c হলে $\sum \frac{1}{a^2b^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

(i).সমাধানঃ মনে করি, $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় a,b,c হলে,

$\therefore a+b+c = p, ab+bc+ca = q, abc = r$

এখন, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

$= \frac{b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2}{a^2b^2c^2}$

$= \frac{(bc)^2 + (ca)^2 + (ab)^2}{(abc)^2}$

$= \frac{(bc+ca+ab)^2 - 2(bc.ca + ca.ab + .ab.bc)}{(abc)^2}$

$= \frac{(bc+ca+ab)^2 - 2(abc^2 + a^2bc + ab^2c)}{(abc)^2}$

$= \frac{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(c+a+b)}{(abc)^2}$

$= \frac{q^2 - 2pr}{r^2}$

(ii).সমাধানঃ মনে করি, $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় a,b,c হলে,

$\therefore a+b+c = p, ab+bc+ca = q, abc = r$

এখন, $\frac{1}{b^2c^2} + \frac{1}{c^2a^2} + \frac{1}{a^2b^2}$

$= \frac{a^2+b^2+c^2}{a^2b^2c^2}$

$= \frac{(a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)}{(abc)^2}$

$= \frac{p^2 - 2q}{r^2}$

18(i). মুলদসহগ বিশিষ্ট ত্রিঘাত সমীকরণটি গঠন কর যার দুইটি মূল $-3, 2+3i$

(ii). $z = -2 - 2\sqrt{3}i$ একটি জটিল রাশি। কোন ত্রিঘাত সমীকরণের একটি মূল z এবং মূলগুলির গুণফল 80 হলে সমীকরণটি নির্ণয় কর। **(S-17)**

(iii). $x^3 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হলে ঐ ত্রিঘাত সমীকরণটি গঠন কর যার মূলগুলি $\frac{\alpha+\beta}{\gamma^2}, \frac{\beta+\gamma}{\alpha^2}, \frac{\gamma+\alpha}{\beta^2}$

(iv). $2x^3 + 3x^2 - x - 1 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হলে ঐ ত্রিঘাত সমীকরণটি গঠন কর যার মূলগুলি $\frac{1}{2\alpha}, \frac{1}{2\beta}, \frac{1}{2\gamma}$

(i). সমাধানঃ যেহেতু প্রদত্ত সমীকরণের একটি মূল $2+3i$.

সুতরাং অপর মূল হবে $2-3i$.

$\therefore$ সমীকরণটির মূলগুলি, $-3, 2+3i, 2-3i$

এখন, $-3+2+3i+2-3i = 1$

আবার,

$-3(2+3i) + (2+3i)(2-3i) + (2-3i)(-3)$

$= -6 - 9i + (2^2 - 3^2i^2) - 6 + 9i$

$= -12 + 4 + 9$

$= 1$

আবার, $-3(2+3i)(2-3i)$

$= -3(2^2 - 3^2i^2)$

$= -3(4+9)$

$= -3 \times 13$

$= -39$

$\therefore$ **নির্ণেয় মূলবিশিষ্ট সমীকরণ,**

$x^3 - 1.x^2 + 1.x - (-39) = 0$

$\therefore x^3 - x^2 + x + 39 = 0$

(iii).সমাধানঃ মনে করি, $2x^3 + 3x^2 - x - 1 = 0$ সমীকরণের মূলত্রয় α, β, γ হলে,

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = -\frac{3}{2}$

$\therefore \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -\frac{1}{2}$

এবং $\alpha\beta\gamma = -(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

এখন, $\frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{2\beta} + \frac{1}{2\gamma}$

$= \frac{\beta\gamma + \gamma\alpha + \alpha\beta}{2\alpha\beta\gamma}$

$$=\frac{-\frac{1}{2}}{2.\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{-\frac{1}{2}}{1}$$

$$=-\frac{1}{2}$$

আবার, $\frac{1}{2\alpha}.\frac{1}{2\beta}+\frac{1}{2\beta}.\frac{1}{2\gamma}+\frac{1}{2\gamma}.\frac{1}{2\alpha}$

$$=\frac{1}{4\alpha\beta}+\frac{1}{4\beta\gamma}+\frac{1}{4\gamma\alpha}$$

$$=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{4\alpha\beta\gamma}$$

$$=\frac{-\frac{3}{2}}{4.\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{-\frac{3}{2}}{2}$$

$$=-\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}$$

$$=-\frac{3}{4}$$

আবার, $\frac{1}{2\alpha}.\frac{1}{2\beta}.\frac{1}{2\gamma}$

$$=\frac{1}{8\alpha\beta\gamma}$$

$$=\frac{1}{8.\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{1}{4}$$

$\therefore$ **নির্ণেয় মূলবিশিষ্ট সমীকরণ,**

$$x^3-(-\frac{1}{2})x^2+(-\frac{3}{4})x-\frac{1}{4}=0$$

$$\Rightarrow x^3+\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}=0$$

$$\Rightarrow \frac{x^3+2x^2-3x-1}{4}=0$$

$$\therefore x^3+2x^2-3x-1=0$$