

1. **নির্ণায়কঃ** নির্ণায়ক হচ্ছে একটি বিশেষ আকারে লিখিত বর্গ ম্যাট্রিক্সের সংখ্যা রাশি। ইহাকে ‘ $| |$ ’ বন্ধনী দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

2. **নির্ণায়কের ধর্মাবলীঃ**

(i). কোন নির্ণায়কের সারিগুলোকে কলামে এবং কলামগুলোকে সারিতে পরিবর্তন করলে নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না।

যেমনঃ

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

(ii). কোন নির্ণায়কের সারি-সারি বা কলাম-কলাম পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের চিহ্ন পরিবর্তিত হয় কিন্তু সংখ্যামান অপরিবর্তিত থাকে। যেমনঃ

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} b_1 & a_1 & c_1 \\ b_2 & a_2 & c_2 \\ b_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

(iii). কোন নির্ণায়কের যেকোনো একটি সারি বা কলাম শূন্য হলে ঐ নির্ণায়কের মান শূন্য হয়।

যেমনঃ

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{Or, } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 \\ a_2 & b_2 & 0 \\ a_3 & b_3 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

(iv). কোন নির্ণায়কের দুইটি সারি বা কলাম একই হলে ঐ নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

যেমনঃ

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & a_1 & c_1 \\ a_2 & a_2 & c_2 \\ a_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

(v). কোন নির্ণায়কের সারি বা কলাম সমান্তর ধারায় থাকলে ঐ নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

যেমনঃ

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

(vi). কোন নির্ণায়কের সারি বা কলামের মধ্যে যত রকমের রৈখিক সমাবেশ সম্ভব সবকিছু ঘটানো যায়।

$$\text{যেমনঃ } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 \pm b_1 & b_1 \pm c_1 & c_1 \\ a_2 \pm b_2 & b_2 \pm c_2 & c_2 \\ a_3 \pm b_3 & b_3 \pm c_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\text{OR, } D = \begin{vmatrix} a_1 \pm a_2 & b_1 \pm b_2 & c_1 \pm c_2 \\ a_2 \pm a_3 & b_2 \pm b_3 & c_2 \pm c_3 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

OR,

$$D = \begin{vmatrix} a_1 + a_2 + a_3 & b_1 + b_2 + b_3 & c_1 + c_2 + c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\text{OR, } D = \begin{vmatrix} a_1 + b_1 + c_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 + b_2 + c_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 + b_3 + c_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

(vii). কোন নির্ণায়কের যে কোন সারি বা কলামের প্রত্যেকটি ভুক্তিকে একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে ঐ নির্ণায়কের মানকেও একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হবে।

$$\text{যেমনঃ } D = \begin{vmatrix} ma_1 & mb_1 & mc_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= m \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

(viii). কোন নির্ণায়কের একটি সারি বা কলামের ভুক্তিগুলির প্রত্যেকটি দুইটি ভুক্তির সমষ্টি বা অন্তররূপে গঠিত হলে ঐ নির্ণায়কে দুইটি নির্ণায়কের সমষ্টি বা অন্তররূপে প্রকাশ করা যায়।

যেমনঃ

$$D = \begin{vmatrix} a_1 \pm \alpha & b_1 & c_1 \\ a_2 \pm \beta & b_2 & c_2 \\ a_3 \pm \gamma & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \pm \begin{vmatrix} \alpha & b_1 & c_1 \\ \beta & b_2 & c_2 \\ \gamma & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Shortcut Technic-05:

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad \text{স্কেলার ম্যাট্রিক্সের}$$

নির্ণায়কের মান নির্ণয়: a^3

Shortcut Technic-06: যদি

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad \text{হয়, তবে } A^2 \text{ নির্ণয়:}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & 0 \\ 0 & 0 & c^2 \end{bmatrix}$$

Shortcut Technic-07: যদি

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad \text{হয়, তবে } A^{-1} \text{ নির্ণয়:}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c} \end{bmatrix}$$

***15. নীচের ম্যাট্রিক্স গুলোর বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

$$(i). A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (D-15)$$

$$(ii) A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (D-16)$$

$$(iii). A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (D-17)$$

$$x + y + z = 1$$

(iv). যদি $lx + my + nz = k$ হয়, তবে x, y, z

$$l^2x + m^2y + n^2z = k^2$$

এর সহগগুলি নিয়ে গঠিত ম্যাট্রিক্স A এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর। যেখানে, $l=1, m=2, n=-1$ (J-17)

$$(v). A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} \quad (S-17)$$

$$(vi). A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (Ch-17)$$

$$(vii). A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (C-17)$$

$$(viii). A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (R-17)$$

$$(ix). A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (Dj-17)$$

(x). যদি

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 6 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -4 & -3 & 2 \\ -1 & -4 & 6 \end{bmatrix}$$

এবং $A = B + C$ হয়, তবে A^{-1} নির্ণয় কর। (S-17)

$$(xi). M = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (All-18)$$

$$(xii). A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (All-18)$$

(xiii). $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & -5 \end{bmatrix}$ (D-19)

(xiv). $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ (J-19)

(xv). যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 8 & 2 \\ 4 & 9 & -1 \end{bmatrix}$; বিপরীতকরণ

যোগ্যতা যাচাইপূর্বক A^{-1} নির্ণয় কর। (C-19)

$$x - y + z = 2$$

(xv). $2x + z = 5$ প্রদত্ত সমীকরণ জোটের চলক

$$x + 2y - 3z = -4$$

সমূহের সহগগুলি নিয়ে গঠিত ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর। (B-19)

(i). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\therefore |A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 0 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 0(2-3) - 1(1-9) + 2(1-6)$$

$$= 0 - 1(-8) + 2(-5)$$

$$= 8 - 10$$

$$= -2$$

$$\therefore |A| \neq 0$$

যেহেতু, A একটি অর্যতীক্রমী ম্যাট্রিক্স। সুতরাং, A

ম্যাট্রিক্সের A^{-1} বিদ্যমান।

ধরি, $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

এখন, $|A|$ এর সহগুনক গুলো হলো,

$$a_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^2 (2-3) = 1 \cdot (-1) = -1$$

$$a_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^3 (1-9) = -1(-8) = 8$$

$$a_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^4 (1-6) = 1 \cdot (-5) = -5$$

$$a_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^3 (1-2) = (-1) \cdot (-1) = 1$$

$$a_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^4 (0-6) = 1 \cdot (-5) = -5$$

$$a_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^5 (0-3) = (-1) \cdot (-3) = 3$$

$$a_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = (-1)^4 (3-4) = 1 \cdot (-1) = -1$$

$$a_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = (-1)^5 (0-2) = -1 \cdot (-2) = 2$$

$$a_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (-1)^6 (0-1) = 1 \cdot (-1) = -1$$

$\therefore |A|$ এর সহগুনক ম্যাট্রিক্স,

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 8 & -5 \\ 1 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{Adj}A = \begin{bmatrix} -1 & 8 & -5 \\ 1 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 8 & -5 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

আমরা জানি, $A^{-1} = \frac{\text{Adj}A}{|A|}$

$$= \frac{\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 8 & -5 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \end{bmatrix}}{-2}$$

$$= \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 8 & -5 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

(ii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

$$\therefore |A| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 1(0 - 4) - 6(0 - 0) + 0$$

$$= 1(-4) - 6.0 + 0$$

$$= -4 - 0 + 0$$

$$= -4$$

$$\therefore |A| \neq 0$$

যেহেতু, A একটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স। সুতরাং, A ম্যাট্রিক্সের A^{-1} বিদ্যমান।

ধরি, $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

এখন, |A| এর সহগুনক গুলো হলো,

$$a_{11} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = (0 - 4) = -4$$

$$a_{12} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = -(0 - 0) = 0$$

$$a_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = (2 - 0) = 2$$

$$a_{21} = - \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -(0 - 0) = 0$$

$$a_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = (0 - 0) = 0$$

$$a_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -(2 - 0) = -2$$

$$a_{31} = \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (12 - 0) = 12$$

$$a_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -(2 - 0) = -2$$

$$a_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = (3 - 6) = -3$$

$\therefore |A|$ এর সহগুনক ম্যাট্রিক্স,

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \\ 12 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{Adj}A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \\ 12 & -2 & -3 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

আমরা জানি, $A^{-1} = \frac{\text{Adj}A}{|A|}$

$$= \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -4 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

(iii) সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

$$\therefore |A| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 1(0 - 9) - 4(8 - 6) + 2(12 - 0)$$

$$= 1(-9) - 4.2 + 2.12$$

$$= -9 - 8 + 24$$

$$= -17 + 24$$

$$= 7$$

$$\therefore |A| \neq 0$$

যেহেতু, A একটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স। সুতরাং, A ম্যাট্রিক্সের A^{-1} বিদ্যমান।

$$\text{ধরি, } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

এখন, $|A|$ এর সহগুনক গুলো হলো,

$$a_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (0 - 9) = -9$$

$$a_{12} = -\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -(8 - 6) = -2$$

$$a_{13} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = (12 - 0) = 12$$

$$a_{21} = -\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -(8 - 6) = -2$$

$$a_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = (2 - 4) = -2$$

$$a_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(3 - 8) = -(-5) = 5$$

$$a_{31} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = (12 - 0) = 12$$

$$a_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -(3 - 8) = -(-5) = 5$$

$$a_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = (0 - 16) = -16$$

$\therefore |A|$ এর সহগুনক ম্যাট্রিক্স,

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -2 & 12 \\ -2 & -2 & 5 \\ 12 & 5 & -16 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{Adj}A = \begin{bmatrix} -9 & -2 & 12 \\ -2 & -2 & 5 \\ 12 & 5 & -16 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -9 & -2 & 12 \\ -2 & -2 & 5 \\ 12 & 5 & -16 \end{bmatrix}$$

$$\text{আমরা জানি, } A^{-1} = \frac{\text{Adj}A}{|A|}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} -9 & -2 & 12 \\ -2 & -2 & 5 \\ 12 & 5 & -16 \end{bmatrix}}{7}$$

$$= \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -9 & -2 & 12 \\ -2 & -2 & 5 \\ 12 & 5 & -16 \end{bmatrix}$$

(iv). সমাধানঃ দেওয়া আছে,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l & m & n \\ l^2 & m^2 & n^2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1^2 & 2^2 & (-1)^2 \end{bmatrix}$$

যেখানে, $l = 1, m = 2, n = -1$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore |A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 1(2 + 4) - 1(1 + 1) + 1(4 - 2)$$

$$= 1.6 - 1.2 + 1.2$$

$$= 6 - 2 + 2$$

$$= 6$$

$$\therefore |A| \neq 0$$

যেহেতু, A একটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স। সুতরাং, A

ম্যাট্রিক্সের A^{-1} বিদ্যমান।

$$\text{ধরি, } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

এখন, $|A|$ এর সহগুনক গুলো হলো,

$$a_{11} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = (2 + 4) = 6$$

$$a_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -(1 + 1) = -2$$

$$a_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = (4 - 2) = 2$$

$$a_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = -(1 - 4) = -(-3) = 3$$

$$a_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (1 - 1) = 0$$

$$a_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -(4 - 1) = -3$$

$$a_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (-1 - 2) = -3$$

$$a_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -(-1 - 1) = -(-2) = 2$$

$$a_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (2 - 1) = 1$$

$\therefore |A|$ এর সহগুনক ম্যাট্রিক্স,

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{Adj}A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 3 & -3 \\ -2 & 0 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

আমরা জানি, $A^{-1} = \frac{\text{Adj}A}{|A|}$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 6 & 3 & -3 \\ -2 & 0 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}}{6}$$

$$= \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 6 & 3 & -3 \\ -2 & 0 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$