অনুশীলনী-1.1(ম্যাট্রিক্স):

Rana Hamid
Sr. Lecturer in Mathematics.
Mobile: 01681-717200

1. **সমান ম্যাট্রিক্সঃ** যদি দুইটি ম্যাট্রিক্সের ক্রম ও অনুরূপ ভুক্তিগুলি সমান হয়, তবে ম্যাট্রিক্স দুইটিকে সমান ম্যাট্রিক্স বলে।

   যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\\ -2 & 2 & 1\end{bmatrix}$ এবং

   $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\\ -2 & 2 & 1\end{bmatrix}$ দুইটি ম্যাট্রিক্স।

2. **ম্যাট্রিক্সের যোগ/ বিয়োগ করার নিয়মঃ** ম্যাট্রিক্সের মাত্রা সব সময় সমান হতে হবে অর্থাৎ একই রকম উপাদান গুলো যোগ-বিয়োগ হয়।

3. **ম্যাট্রিক্সের গুণ করার নিয়মঃ** ২য় ম্যাট্রিক্সের ১ম কলাম দিয়ে ১ম ম্যাট্রিক্সের সকল সারিকে গুণ করে যোগ করতে হবে। অনুরূপভাবে, ২য় ম্যাট্রিক্সের ২য়,৩য় কলাম দিয়ে ১ম ম্যাট্রিক্সের সকল সারিকে গুণ করে যোগ করতে হবে।

   অথবা,

   ম্যাট্রিক্সের গুণ করার নিয়মঃ ১ম ম্যাট্রিক্সের ১ম সারি দিয়ে ২য় ম্যাট্রিক্সের সকল কলামকে গুণ করে যোগ করতে হবে। অনুরূপভাবে, ১ম ম্যাট্রিক্সের ২য়,৩য় সারি দিয়ে ২য় ম্যাট্রিক্সের সকল কলামকে গুণ করে যোগ করতে হবে।

   বিঃদ্রঃ ম্যাট্রিক্সের গুণ তখনই সম্ভব যখন ১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা (১ম ম্যাট্রিক্সের সারির উপাদান সংখ্যা) ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার (২য় ম্যাট্রিক্সের কলামের উপাদান সংখ্যা) সমান হয়।

অনুশীলনী-1.1

Shortcut Technic-1: AB নির্ণয়যোগ্য **(১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান)** হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা=A ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা $\times$ B ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।

যেমনঃ A ও B ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে $m\times p$ এবং $p\times n$ হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম হবে, $m\times n$

Shortcut Technic-2: (AB)C নির্ণয়যোগ্য **(১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান)** হলে (AB)C ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা =A ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা $\times$ C ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।

যেমনঃ A, B ও C ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে $4\times5, 5\times3$ এবং 3×2 হলে (AB)C ম্যাট্রিক্সের ক্রম হবে 4×2

Shortcut Technic-3: AB অনির্ণয়যোগ্য **(১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান নয়)** হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

যেমনঃ A ও B ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে $m\times p$ এবং $q\times n$ হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

1(i). যদি $A=\begin{bmatrix}1 & 4 & 2\\ 4 & 0 & 3\\ 2 & 3 & 2\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}2\\ 5\\ 4\end{bmatrix}$ **হয়, তবে** $A\times C$ **নির্ণয় করে উহার মাত্রা নির্ণয় কর। (D-17)**

2(i). দুইটি ম্যাট্রিক্স সমান হওয়ার শর্ত কী কী ? (Ch-19)

(ii). যদি $P=\begin{bmatrix}3 & -1\\ 2 & -2\end{bmatrix}, Q=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 2 & -3\end{bmatrix}$ **হয়, তবে** $P-Q$ **ম্যাট্রিক্সটির নাম কী ? (C-19)**

3(i). যদি $A=\begin{bmatrix}2 & -5 & 1\\ 3 & 0 & -4\end{bmatrix}$ **এবং** $B=\begin{bmatrix}1 & -2 & -3\\ 0 & -1 & 5\end{bmatrix}$ **হয়, তবে 3A+4B এর মান নির্ণয় কর।**

(ii). যদি $A=\begin{bmatrix}8 & 4 & -1\\ 0 & 1 & 3\\ 5 & 4 & 8\end{bmatrix}$ **এবং** $B=\begin{bmatrix}-4 & 6 & 2\\ 1 & 3 & 7\\ 5 & 4 & 1\end{bmatrix}$ **হয়, তবে A+B, A-B ,AB এর মান নির্ণয় কর।**

(iii). যদি $B+2I=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 5\end{bmatrix}$ **হয়, তবে B এর মান নির্ণয় কর। (J-19)**

(iv). যদি

$A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & 6\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}3 & 7\\ 2 & 1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 8\end{bmatrix}$

হয়, তবে $AB+B^t-2C$ **এর মান নির্ণয় কর। (Ch-19)**

(i). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A=\begin{bmatrix}2 & -5 & 1\\ 3 & 0 & -4\end{bmatrix}$ **এবং**

$B=\begin{bmatrix}1 & -2 & -3\\ 0 & -1 & 5\end{bmatrix}$

RHSir

$$\therefore 3A = \begin{bmatrix} 6 & -15 & 3 \\ 9 & 0 & -12 \end{bmatrix}$$ এবং

$$\therefore 4B = \begin{bmatrix} 4 & -8 & -12 \\ 0 & -4 & 20 \end{bmatrix}$$

$$\therefore 3A + 4B = \begin{bmatrix} 6 & -15 & 3 \\ 9 & 0 & -12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -8 & -12 \\ 0 & -4 & 20 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6+4 & -15-8 & 3-12 \\ 9+0 & 0-4 & -12+20 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -23 & -9 \\ 9 & -4 & 8 \end{bmatrix}$$

(ii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ এবং

$$B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A + B = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8-4 & 4+6 & -1+2 \\ 0+1 & 1+3 & 3+7 \\ 5+5 & 4+4 & 8+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 \\ 1 & 4 & 10 \\ 10 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A - B = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8+4 & 4-6 & -1-2 \\ 0-1 & 1-3 & 3-7 \\ 5-5 & 4-4 & 8-1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\therefore AB = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8.(-4)+4.1+(-1).5 & 8.6+4.3+(-1).4 & 8.2+4.7+(-1).1 \\ 0.(-4)+1.1+3.5 & 0.6+1.3+3.4 & 0.2+1.7+3.1 \\ 5.(-4)+4.1+8.5 & 5.6+4.3+8.4 & 5.2+4.7+8.1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -32+4-5 & 48+12-4 & 16+28-1 \\ 0+1+15 & 0+3+12 & 0+7+3 \\ -20+4+40 & 30+12+32 & 10+28+8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -33 & 56 & 43 \\ 16 & 15 & 10 \\ 24 & 74 & 46 \end{bmatrix}$$

*****4(i). যদি** $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ **এবং** $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ **হয়, তবে প্রমাণ কর যে,** $AB \neq BA$**. (D-8)**

(ii). যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ **এবং**

$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ **হয়, তবে প্রমাণ কর যে,** $AB = BA$**. (D-5)**

(iii). যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ **এবং**

$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ **হয়,তবে প্রমাণ কর যে,** $AB \neq BA$

(i). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ এবং

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0+2.1+3.0 & 1.2+2.2+3.(-1) \\ 4.0+5.1+6.0 & 4.2+5.2+6.(-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+2+0 & 2+4-3 \\ 0+5+0 & 8+10-6 \end{bmatrix}$$

R.H.Sir

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\therefore BA = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1+2.4 & 0.2+2.5 & 0.3+2.6 \\ 1.1+2.4 & 1.2+2.5 & 1.3+2.6 \\ 0.1+(-1).4 & 0.2+(-1).5 & 0.3+(-1).6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+8 & 0+10 & 0+12 \\ 1+8 & 2+10 & 3+12 \\ 0-4 & 0-5 & 0-6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 9 & 12 & 15 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

$\therefore AB \neq BA$ **(Showed)**

(ii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ **এবং**

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2.3+0+(-1).5 & 2.(-1)+0+(-1).(-2) & 2.1+0+(-1).2 \\ 5.3+1.(-15)+0.5 & 5.(-1)+1.6+0 & 5.1+1.(-5)+0 \\ 0.3+1.(-15)+3.5 & 0+1.6+3.(-2) & 0+1.(-5)+3.2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6+0-5 & -2+0+2 & 2+0-2 \\ 15-15+0 & -5+6+0 & 5-5+0 \\ 0-15+15 & 0+6-6 & 0-5+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3$$

$$\therefore BA = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.2+(-1).5+0 & 3.0+(-1).1+1.1 & 3.(-1)+(-1).0+1.3 \\ -15.2+6.5+0 & 0+6.1+(-5).1 & -15.(-1)+0+(-5).3 \\ 5.2+(-2).5+2.0 & 0+(-2).1+2.1 & 5.(-1)+(-2).0+2.3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6-5+0 & 0-1+1 & -3-0+3 \\ -30+30+0 & 0+6-5 & 15+0-15 \\ 10-10+0 & 0-2+2 & -5-0+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3$$

$\therefore AB = BA = I_3$ **(Showed)**

(iii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ **এবং**

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.(-1)+0.4+(-2).2 & 1.3+0.0+(-2).6 \\ 3.(-1)+(-2).4+(-1).2 & 3.3+(-2).0+(-1).6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+0-4 & 3+0-12 \\ -3-8-2 & 9+0-6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & -9 \\ -13 & 3 \end{bmatrix}$$

এবং $BA = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} (-1).1+3.3 & (-1).0+3.(-2) & (-1).(-2)+3.(-1) \\ 4.1+0.3 & 4.0+0.(-2) & 4.(-2)+0.(-1) \\ 2.1+6.3 & 2.0+6.(-2) & 2.(-2)+6.(-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+9 & 0-6 & 2-3 \\ 4+0 & 0+0 & -8+0 \\ 2+18 & 0-12 & -4-6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & -6 & -1 \\ 4 & 0 & -8 \\ 20 & -12 & -10 \end{bmatrix}$$

R.H.Sir

$\therefore AB \neq BA$ **(Showed)**

*****5. যদি** $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **এবং**

$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$ **হয়,তবে প্রমাণ কর যে,**

$AB = BA = I_3$**. (D-10)**

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **এবং**

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore AB = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.1+(-4).2+2.3 & 3.2+(-4).5+2.7 & 3.(-2)+(-4).(-4)+2.(-5) \\ (-2).1+1.2+0.3 & (-2).2+1.5+0.7 & (-2).(-2)+1.(-4)+0.(-5) \\ (-1).1+(-1).2+1.3 & (-1).2+(-1).5+1.7 & (-1).(-2)+(-1).(-4)+1.(-5) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3-8+6 & 6-20+14 & -6+16-10 \\ -2+2+0 & -4+5+0 & 4-4+0 \\ -1-2+3 & -2-5+7 & 2+4-5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3$$

$$\therefore BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.3+2.(-2)+(-2).(-1) & 1.(-4)+2.1+(-2).(-1) & 1.2+2.0+(-2).1 \\ 2.3+5.(-2).1+(-4).(-1) & 2.(-4)+5.1+(-4).(-1) & 2.2+5.0+(-4).1 \\ 3.3+7.(-2)+(-5).(-1) & 3.(-4)+7.1+(-5).(-1) & 3.2+7.0+(-5).1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3-4+2 & -4+2+2 & 2+0-2 \\ 6-10+4 & -8+5+4 & 4+0-4 \\ 9-14+5 & -12+7+5 & 6+0-5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3$$

$\therefore AB = BA = I_3$ **(Showed)**

R.H Sir