সামান্তরিকের সূত্র (Law of Parallelogram)

নিজে কর : টেবিলের উপর একটি বই বা কোনো বস্তু রেখে ডান হাত দিয়ে সেটিকে যেকোনো দিকে ঠেলো। যে দিকে ঠেলা হচ্ছে বস্তুটি সে দিকে যাচ্ছে। এবার বাম হাত দিয়ে অন্য দিকে ঠেলো। বস্তুটি ঠেলার দিকেই যাচ্ছে। এখন একই সাথে বস্তুটিকে ডান হাত ও বাম হাত দিয়ে দুটি ভিন্ন দিকে ঠেলো। কী দেখতে পেলে?

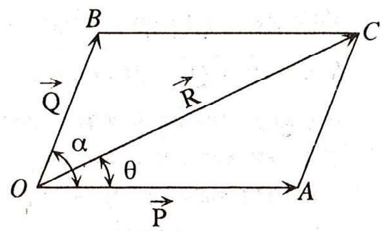
বস্তুটি ডান হাতের বা বাম হাতের ঠেলার দিকে না গিয়ে মাঝামাঝি কোনো একদিকে যাচ্ছে। এর কারণ দুই হাতের প্রযুক্ত বল বস্তুটির উপর ক্রিয়া করে একটি লব্ধি বল সৃষ্টি করেছে এবং বস্তুটি লব্ধি বলের ক্রিয়ায় লব্ধি বরাবর যাচ্ছে। একই জাতীয় দুটি ভেক্টর কোনো বিন্দুতে একই সময় ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির মান ও দিক সামান্তরিকের সূত্র থেকে পাওয়া যায়।

সামান্তরিকের সূত্র : যদি একটি সামান্তরিকের কোনো কৌণিক বিন্দু থেকে অঙ্কিত দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা কোনো কণার উপর এককালীন ক্রিয়াশীল একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের মান ও দিক নির্দেশ করা যায়, তাহলে ঐ বিন্দু থেকে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণটি ভেক্টর দুটির মিলিত ফলের বা লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে।

২.২০ চিত্রে O বিন্দুতে $\vec{OA} = \vec{P}$ এবং $\vec{OB} = \vec{Q}$ দুটি ভেক্টর α কোণে ক্রিয়া করছে। OA এবং OB-কে সন্নিহিত বাহু ধরে $OACB$ সামান্তরিকটি অঙ্কন করা হয়েছে। এ সূত্রানুসারে উভয় ভেক্টরের ক্রিয়া বিন্দু অর্থাৎ O থেকে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণ OC ই OA এবং OB এর লব্ধি নির্দেশ করে।

অর্থাৎ $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$

বা, $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$



চিত্র : ২.২০

লব্ধির মান নির্ণয়

ধরা যাক, কোনো কণার উপর একই সময়ে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর α কোণে ক্রিয়া করে (চিত্র : ২.২১)। $\vec{OA}$ ও $\vec{OB}$ যথাক্রমে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টর দুটির মান ও দিক নির্দেশ করছে এবং $\angle BOA = \alpha$। এখন $OACB$ সামান্তরিকটি সম্পূর্ণ করলে OC কর্ণ $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে।

C বিন্দু থেকে OA-এর বর্ধিত অংশের উপর CD লম্ব টানা হলো। ধরা যাক, সেটি OA বাহুর বর্ধিতাংশকে D বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব $\angle CAD = \alpha$। এখন ODC সমকোণী ত্রিভুজে

$OC^2 = OD^2 + CD^2$

বা, $OC^2 = (OA + AD)^2 + CD^2$;

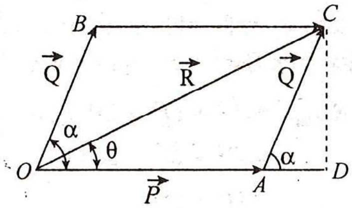
কিন্তু ADC সমকোণী ত্রিভুজ বিবেচনা করে ত্রিকোণমিতি থেকে আমরা পাই,

$\sin\alpha = \dfrac{CD}{AC}$ বা, $CD = AC\sin\alpha$

$\therefore\ CD = Q\sin\alpha \quad (\because AC = OB = Q)$

এবং $\cos\alpha = \dfrac{AD}{AC}$ বা, $AD = AC\cos\alpha$

$\therefore AD = Q\cos\alpha$ এবং $OA = P$



চিত্র : ২.২১

সুতরাং $OC^2 = (P + Q\cos\alpha)^2 + (Q\sin\alpha)^2$

$$= P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2\cos^2\alpha + Q^2\sin^2\alpha$$

$$= P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)$$

$$= P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha \quad (\because \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1)$$